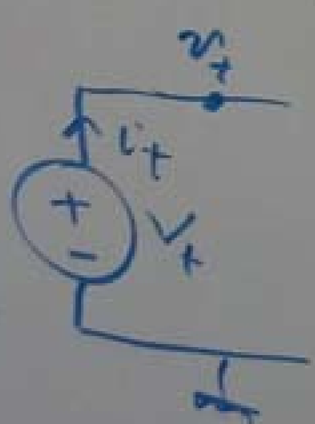
مدار II : ۹،۹،۲۳

هفته بعد ۹،۹،۳۰ : پروژه
مبحث ۲ و ۳ امتحان

هفته بعد ۹،۱۰،۷ : مبحث ۳ و ۴ امتحان

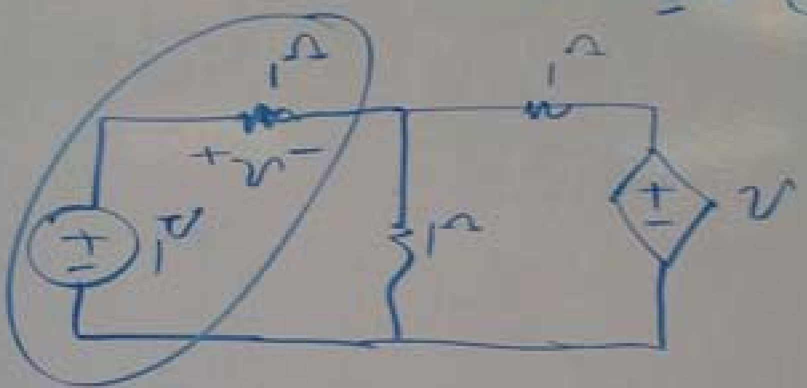
سؤال از مباحث قبلی: آیا اگر گره ای ولتاژش معلوم باشد برای آن kcl می نویسیم؟

خیر، ولی اگر جریان منابع ولتاژ را داشته باشیم kcl می توان نوشت مانند منبع ولتاژ تست برای محاسبه $R_{th}$:



سوال از جلسه قبل: آیا تبدیل منابع برای منابع وابسته
می توان استفاده کرد؟

حل) کلاً به شرطی می توان تبدیل منابع استفاده کرد که
پارامتری در این میان حذف نشود:




تبدیل منابع
نمی توان رفت

---

ادامه درس گراف:

$$j = j_s + G(v - v_s)$$

ماتریسی KVL

$$Aj = 0 \qquad A^T e = v$$

سؤال: با ضرب طرفین KVL ماتریسی در A، رابطه‌ای برای ارتباط بین ولتاژ گره‌ها بدست آورید؟

حل

$$A j = A j_s + A G (v - v_s)$$

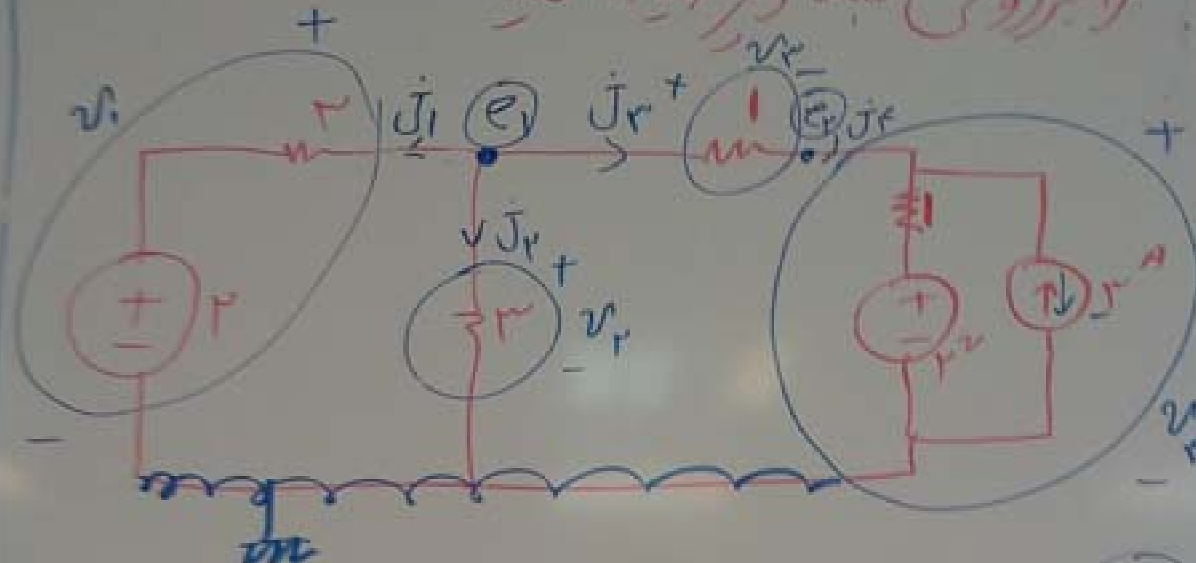
$$0 = A j_s + A G (A^T e - v_s)$$

$$\underbrace{(A G A^T)}_{Y} e = \underbrace{A G v_s - A j_s}_{i_s}$$

$$Y e = i_s$$

$e$: ولتاژ گره‌ها

سؤال: رابطه بدست آمده به صورت $ye=i$ را بر روی شبکه زیر پیاده کنید؟



حل

مدار dc است.

استاندارد سازی قدم اول و کاری در مسائل گراف است:

$$A=\begin{array}{c} \\ e_1 \\ e_2 \end{array}\begin{array}{cccc} j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \\ \end{array}$$

$$A=\begin{array}{c|cccc} & j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \\ \hline e_1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ e_2 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}$$

$$G=\begin{array}{c} \\ j_1 \\ j_2 \\ j_3 \\ j_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1} \end{bmatrix} \end{array}$$

، $v_s=\begin{array}{c} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \\ j_4 \end{array}\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $j_s=\begin{array}{c} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \\ j_4 \end{array}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$

$$\underset{2\times 4 \;\;\; 4\times 2}{A\,G\,A^T} \underset{2\times 2}{} \xlongequal{\text{ضرب کنید}} \begin{bmatrix} \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{1} & -\frac{1}{1} \\ -\frac{1}{1} & \frac{1}{1}+\frac{1}{1} \end{bmatrix}_{2\times 2}$$

$$e=\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$

$$AGV_s=\begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{1} \end{bmatrix}$$

$$A\,j_s=\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{3} & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{1} \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

از رابطه بالا $e_1$ و $e_2$ بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{3} & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 5 \end{bmatrix}$$

در وارون
ضرب

سوال: بدون محاسبه Y و ... را بگویید چگونه می توان آنها را از روی مدار بدست آورد؟

حل) با ... استاندارد سازی می کنیم:

$$Y = \begin{bmatrix} \text{جمع عکس مقاومتهای متصل به گره ۱} & \text{جمع عکس قرینه مقاومتهای بین گره ۱ و ۲} & \text{بین گره ۱ و ۳} & \cdots \\ \vdots & \text{جمع عکس مقاومتهای متصل به گره ۲} & \cdots & \cdots \\ \vdots & & \ddots & \\ \cdots & \cdots & & \end{bmatrix}$$

تعداد گره‌ها × تعداد گره‌ها

وارده منفی، خارجه مثبت

$$AGV_s = \begin{bmatrix} \text{جمع } \left(\frac{\text{منبع ولتاژ}}{\text{مقاومت}} \times \text{علامت}\right) \text{ تمامی عناصری که به گره ۱ می‌رسند} \\ \cdots \\ \text{۲} \cdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

(۱ × تعداد گره‌ها)

$$AJ_s = \begin{bmatrix} \text{جمع منابع جریان شاخه‌های متصل به گره ۱ با علامت} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

G=

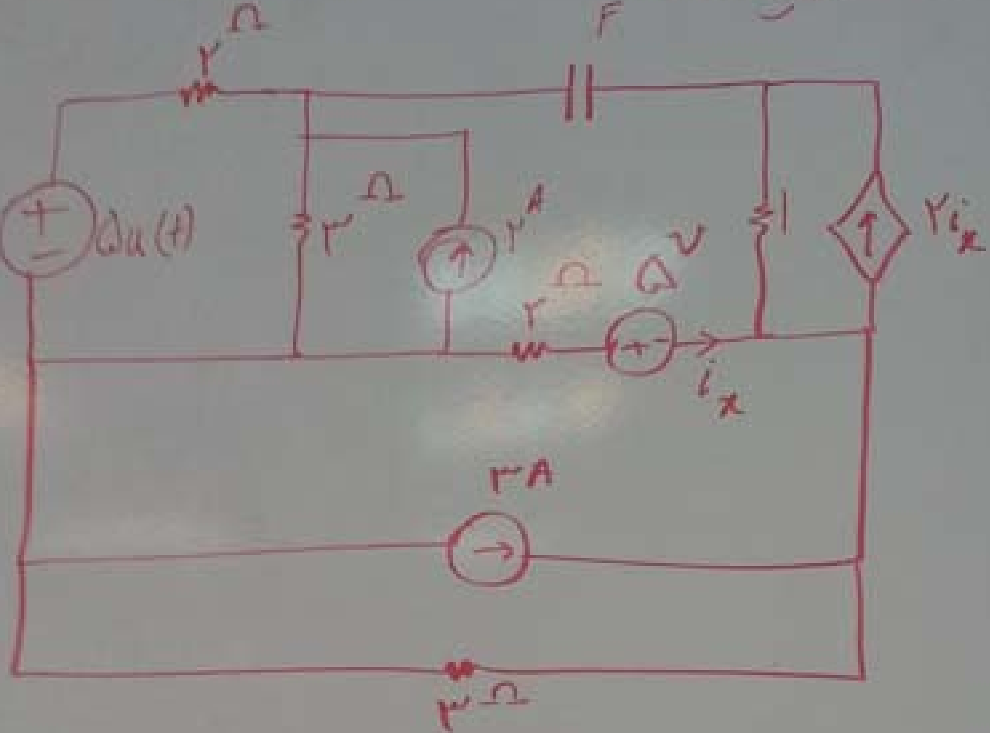
AG

e =

AG

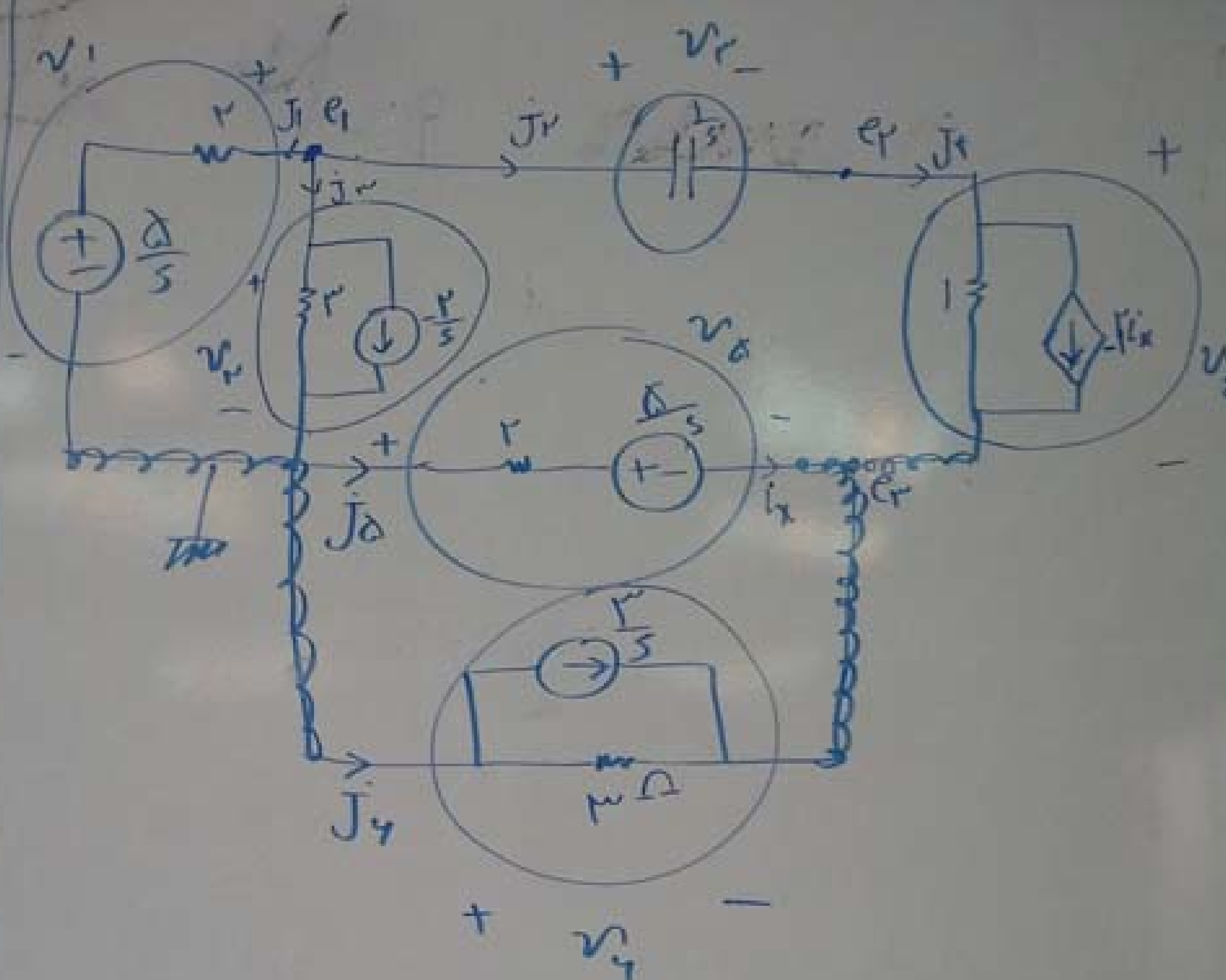
AJ

سؤال: بدون محاسبه ماتریسهای kcl را برای
مدار زیر بنویسید؟




حل

مدار گذرا است لاپلاس
سپس استانداردسازی




$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} e_1 & \qquad e_2 & \qquad e_3 \end{array} \\
Y = \begin{array}{c} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{array} &
\begin{bmatrix}
\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+s & -s & 0 \\
-s & s+\frac{1}{1} & -\frac{1}{1} \\
0 & -\frac{1}{1} & \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

$$i_s = \begin{bmatrix} \frac{5/s}{2} + 0 + 0 \\ 0 + 0 \\ 0 - \frac{5/s}{2} - 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 - \frac{2}{s} + 0 \\ 0 - 2i_x \\ 0 - (-2i_x) - \frac{3}{s} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} s+\frac{5}{4} & -s & 0 \\ -s & s+1 & -1 \\ 0 & -1 & \frac{11}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{9}{2s} \\ 2i_x \\ \frac{1}{2s} - 2i_x \end{bmatrix} \\ i_x = \dfrac{0 - \left(\frac{5}{s} + e_3\right)}{2} \end{cases}$$

چون منبع وابسته داریم
۱ معادله دیگر می‌خواهیم.
$i_x$ را باید برحسب
$e_1$ و $e_2$ و $e_3$ باشد

۴ معادله ۴ مجهول و مسأله حل می‌شود. یعنی $e$ها
به دست می‌آیند

اساس

سوال

می آ

حل

سوال

سوال: KVL را مانند KCL حل کنید و بر اساس ر
ماتریس ها بگویید؟

حل: دو درس کنیم. خودتان بخوانید.

سوال: آیا همیشه بهترین جواب (کوتاهترین راه)
از حل KCL کامل مدار یا KVL کامل مدار
بدست می آید؟

خیر، ثابت می شود کوتاهترین حل
این نیست که برای همه گره ها KCL
بنویسیم و حل کنیم و یا برای همه حلقه ها
KVL بنویسیم و حل کنیم. در واقع ترکیبی از
تعدادی گره و تعدادی حلقه سریعترین جواب
را به ما می دهد این حلقه ها به نام حلقه های

اساسی و این گره‌ها به نام کات ست‌های اساسی هستند.

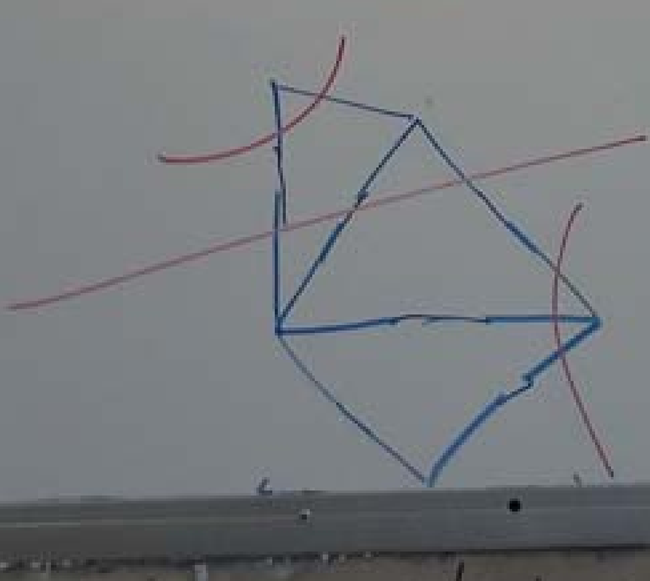
سؤال: حلقه‌های اساسی و کات ست‌های اساسی چگونه به دست می‌آیند؟

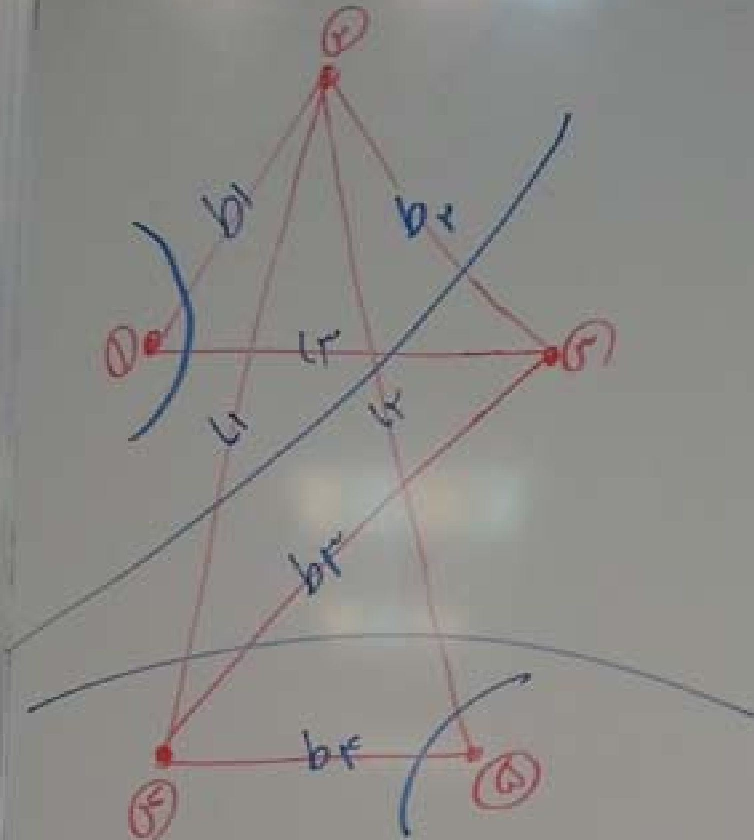
حل: ابتدا درخت گراف را می‌کشیم. عناصر این درخت شاخه و مابقی را لینک می‌نامیم.

حلقه اساسی: یک لینک و چند شاخه

کات ست اساسی: یک شاخه و چند لینک

سؤال: در گراف زیر کات ست‌های اساسی و حلقه‌های اساسی کدامند؟






حل) شاخه‌ها را با b و لینکها را با l نمایش می دهیم.

| حلقه‌های اساسی | کات ست اساسی |
| --- | --- |
| $l_1$ , $b_2$ و $b_3$ | $b_1$ و $l_3$ |
| $l_2$ , $b_4$ , $b_3$ و $b_2$ | $b_2$ و $l_3$ و $l_2$ و $l_1$ |
| $l_3$ , $b_1$ و $b_2$ | $b_3$ , $l_1$ و $l_2$ |
| | $b_4$ و $l_2$ |